



## ISTITUTO NAZIONALE DI RICERCA METROLOGICA Repository Istituzionale

La simmetrizzazione del ciclo di misura

*Original*

La simmetrizzazione del ciclo di misura / Balsamo, Alessandro; P., Pedone. - In: PROBING. - 18:(2010), pp. 2-6.

*Availability:*

This version is available at: 11696/31434 since: 2022-05-10T06:26:34Z

*Publisher:*

Associazione CMM Club Italia

*Published*

DOI:

*Terms of use:*

This article is made available under terms and conditions as specified in the corresponding bibliographic description in the repository

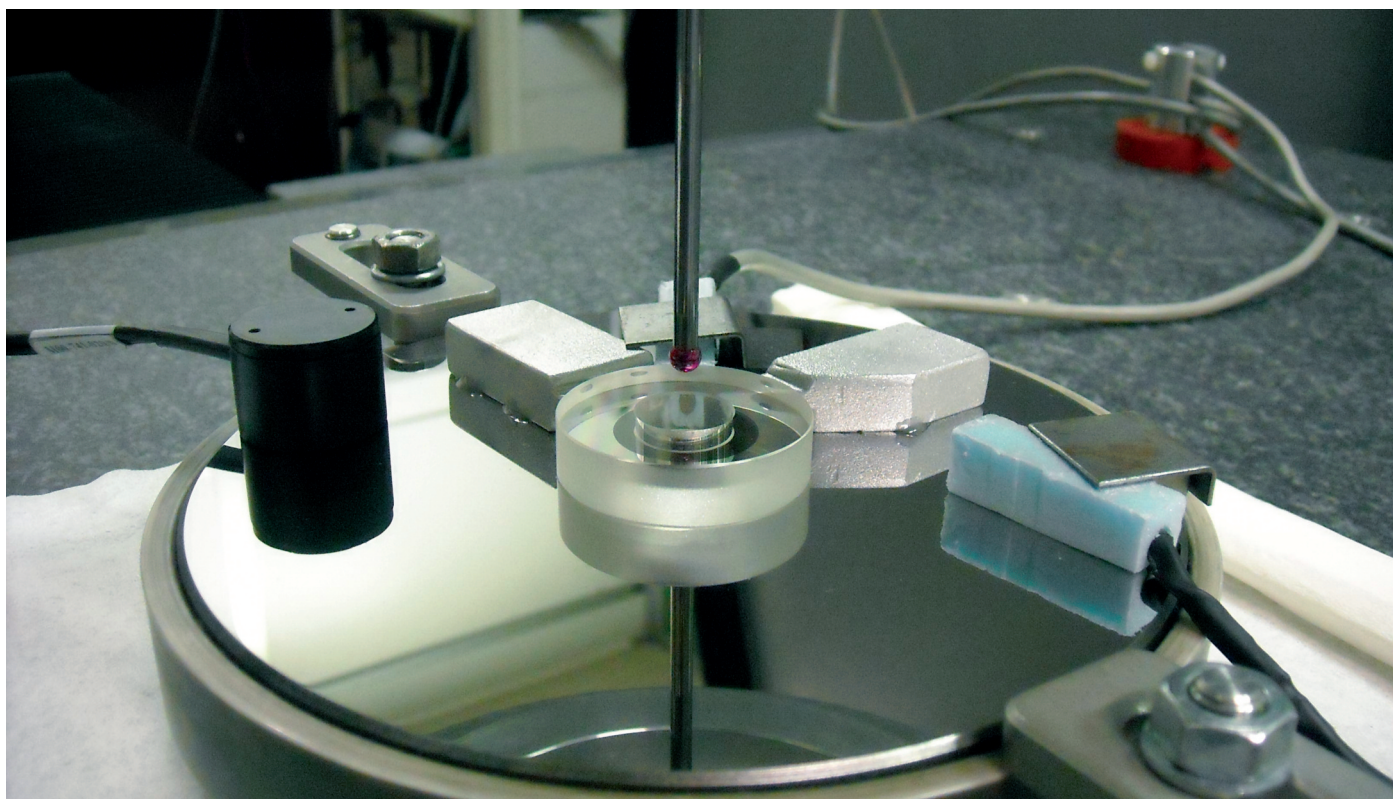
*Publisher copyright*

(Article begins on next page)

Argomenti

# LA SIMMETRIZZAZIONE DEL CICLO DI MISURA

di Alessandro Balsamo (\*) e Paola Pedone (\*)



Archivo INRiM

## Sommario e introduzione

Per ciclo di misura simmetrico s'intende quello composto di un'andata e di un ritorno; all'andata si prendono  $n$  punti di misura in sequenza temporale diretta  $\{1, 2, \dots, n-1, n\}$ , e al ritorno in sequenza inversa  $\{n, n-1, \dots, 2, 1\}$ . Si prende poi per ciascun punto la media dei valori ottenuti all'andata e al ritorno.

È noto ai più che tale pratica è raccomandabile, soprattutto per la misurazione d'oggetti monodimensionali (ad esempio calibri a passi o righe ottiche), nonostante il raddoppio del tempo di misura e il calcolo delle medie. Forse meno noto è perché sia buona pratica, quali siano i vantaggi e quali i limiti; e, soprattutto, se e come tale pratica possa essere estesa efficacemente al caso di misurazioni effettivamente tridimensionali.

Scopo del presente articolo è indagare questi aspetti. Partendo dal caso semplice della misurazione monodimensionale, si esaminerà in quali condizioni la tecnica è efficace, e quali ne siano i limiti effettivi; infine, s'estenderà l'analisi al caso generale tridimensionale, e si svolgeranno alcune considerazioni pratiche circa la sua applicabilità.

## Il caso monodimensionale

Sia da misurare un oggetto mediante  $n$  punti di misura, ciascuno esprimibile con un unico valore, ad esempio un'ascissa.

È il caso, ad esempio, di un blocchetto pianparallelo: se supponiamo, per semplicità, che esso sia pre-allineato, allora  $n = 2$  per i due punti al centro di ciascuna faccia; interessa la sola coordinata lungo la direzione del blocchetto. Esempio dello stesso tipo è il calibro a passi, che estende ad un numero  $n > 2$  di facce di misura. Si possono pensare applicazioni non solo con la CMM, ma in qualunque misurazione monodimensionale (righe ottiche, nastri geodetici, ecc.). È intuitivo capire che il vantaggio della simmetrizzazione è la rimozione delle derive lineari, tipicamente di natura termica (vedi Figura 1): in presenza di un errore di zero, che derivi linearmente nel tempo, l'ascissa di ciascun punto è affetta da un errore via via crescente. L'effetto della simmetrizzazione è che la media dell'errore all'andata e di quello al ritorno è costante per tutti i punti, e ciò rimuove l'effetto della deriva: la posizione dello zero di misura si "congela" all'istante di simmetria, quando termina l'andata e comincia il ritorno.

(\*) INRiM - Istituto Nazionale Ricerca Metrologica

Il caso di deriva lineare di zero non è puramente ipotetico, ma frequente in pratica. La misurazione con la CMM, o con una macchina monodimensionale, richiede che i sistemi di riferimento pezzo e macchina rimangano mutuamente fermi durante tutta la misurazione; se uno si muove (deriva) rispetto all'altro, si commette un errore di zero d'entità pari alla deriva (vedi Figura 2).

Di solito, la causa principale della deriva è termica: quando la temperatura ambiente non è costante nel tempo, ogni oggetto coinvolto nella misurazione è soggetto a deriva termica e, quindi, dimensionale. In particolare, concorrono alla deriva di zero quei componenti in catena che determinano la posizione mutua fra i punti di fissaggio del pezzo e della scala. Ad esempio, se la CMM è a portale mobile e il pezzo è allineato lungo l'asse *y* (vedi Figura 3), tale catena è composta dall'attrezzatura di staffaggio del pezzo, dal basamento (da tale attrezzatura fino alla guida prismatica dell'asse *y*), e dal portale mobile (dalla guida prismatica fino al punto di vincolo della scala *y*).

Ogni componente della catena risponde più o meno prontamente alle variazioni della temperatura ambiente, a seconda della sua massa e materiale (capacità termica) e delle condizioni di scambio con l'esterno (resistenza termica); inoltre, produce effetti dimensionali che dipendono dal materiale (coefficiente di dilatazione termica) e dalla dimensione (nella direzione di misura). In aggiunta alla semplice dilatazione, v'è poi l'effetto di deformazione generato da gradienti termici. Nell'esempio in Figura 3, se la colonna di destra del portale fosse soggetta ad un gradiente termico orizzontale variabile nel tempo, essa s'incurverebbe nel corso della misurazione, provocando una variazione di distanza fra i due punti fissi.

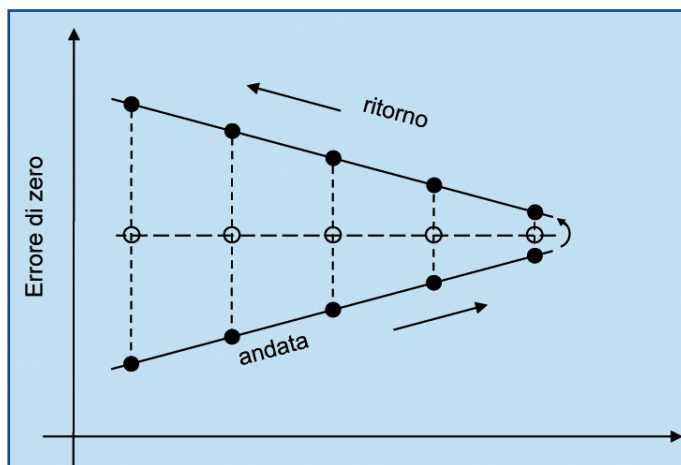


Figura 1. Eliminazione degli effetti di deriva lineare di zero mediante simmetrizzazione del ciclo. I tondi pieni rappresentano i punti di misura, quelli vuoti la media fra andata e ritorno.

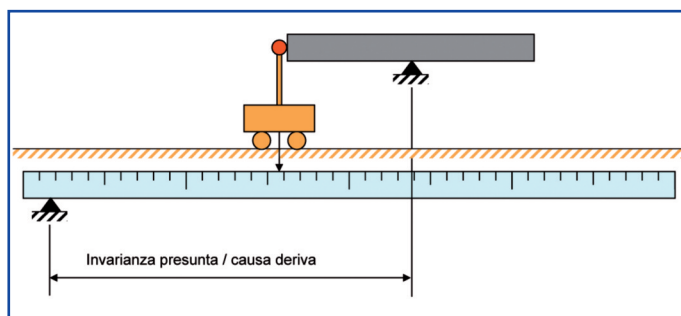


Figura 2. Rappresentazione schematica della deriva di zero. In grigio il pezzo in misura; in azzurro la scala di misura; in arancione la catena cinematica della macchina di misura, dal tastatore (rosso) fino al lettore della scala (freccia nera). L'oggetto in misura e la scala sono vincolati ciascuno in un punto; la loro distanza nella direzione di misura non deve variare durante la misurazione, altrimenti nasce una deriva di zero.

Il fenomeno della deriva di zero è dunque molto complesso, quasi impossibile da prevedere quantitativamente. Fortunatamente, nel caso frequente in cui la misurazione è rapida rispetto al fenomeno termico (perché le variazioni ambientali sono lente, oppure perché le costanti di tempo termiche dei componenti della catena sono lunghe), si ha una semplificazione: la dilatazione di ciascun componente è pressoché lineare nel tempo, e tale è pure l'effetto complessivo di deriva, che ne è la somma algebrica. Così, il fenomeno complesso si riduce ad uno lineare, e la tecnica di simmetrizzazione può essere efficacemente applicata per eliminarne gli effetti, o almeno per ridurli assai.

Formalizziamo ora il caso semplice di deriva termica lineare in misurazioni monodimensionali composte di più punti di misura temporalmente equidistanti.

Sia *i* l'indice di posizione dei punti di misura; per comodità algebrica, ordiniamo i punti secondo la sequenza del ritorno, così che il primo ad essere misurato all'andata, e l'ultimo al ritorno, abbia indice *i* = *n*, mentre quello misurato appena prima e appena dopo l'inversione abbia indice *i* = 1 (vedi Figura 4).

Sia *j* l'indice di sequenza delle misurazioni; ancora per comodità, e senza perdita di generalità, l'indice inizi dal valore -*n* e termini al valore *n*,  $-n \leq j \leq n$ . Infine, sia  $\Delta t$  l'intervallo di tempo fra un punto di misura e il successivo (durata lorda della presa punto), supposto uguale per tutti; per comodità, supponiamo che sia doppio ( $2\Delta t$ ) l'intervallo fra l'ultimo punto dell'andata (*j* = -1) e il primo del ritorno (*j* = 1), come se fra i due venisse raggiunto un punto virtuale intermedio.

Conviene fissare lo zero della scala dei tempi nell'istante d'inversione fra andata e ritorno; così, l'istante corrispondente a ciascuna presa punto sarà  $t_j = j\Delta t$ . Detta *v* [ $\mu\text{m/s}$ ] la velocità di deriva, supposta costante, l'errore di zero di ciascuna misura in Figura 4 varrà

$$e_j = vt_j = jv\Delta t$$

Se ora si prende la media dei valori di misura all'andata e al ritorno per ciascun punto *i*, risulta un errore  $e_i$  pari alla media degli errori all'andata e al ritorno:

$$e_i = (e_{ja} + e_{jr}) / 2 = v\Delta t(j_a + j_r) / 2 \quad (1)$$

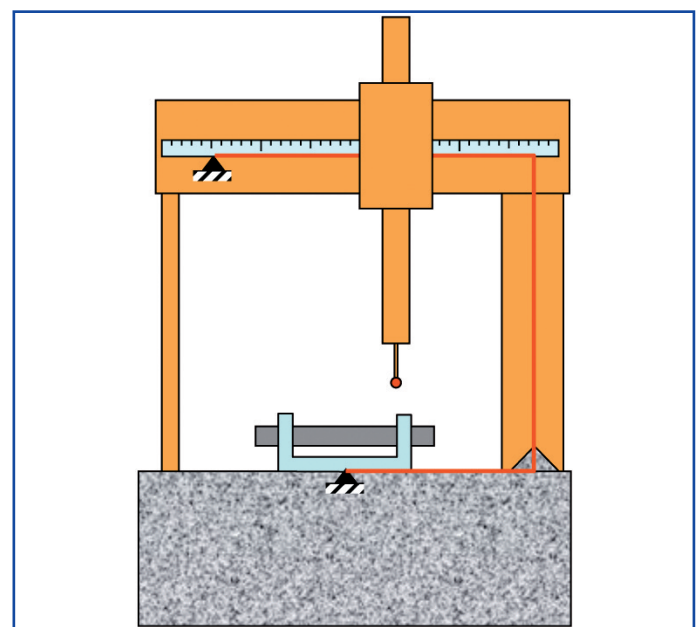


Figura 3. Catena di vincolo (in rosso) fra i punti di fissaggio del pezzo e della scala di misura.

**Argomenti**

**La Simmetrizzazione del ciclo di misura**

Per le scelte fatte nella numerazione dei punti, l'indice di sequenza coincide con quello di posizione al ritorno, mentre è il suo opposto all'andata:  $ja = -i, jr = i$ . Sostituendo nell'equazione (1), si ha

$$e_i = v\Delta t(-i + i) / 2 = 0$$

Si dimostra formalmente ciò che è intuitivo dalla Figura 4: l'errore della media è nullo, cioè il valore medio delle misure d'andata e ritorno è lo stesso che s'avrebbe effettuando l'intero ciclo all'istante d'inversione ( $t = 0$ ), come se la simmetrizzazione "bloccasse il tempo" in tale istante.

Rimuoviamo ora l'ipotesi d'equidistanza temporale fra punti di misura successivi. Supponiamo che gli istanti di misura di un punto all'andata e al ritorno siano rispettivamente  $t_{ja}$  e  $t_{jr}$ ; l'equazione (1) diventa allora

$$e_i = (e_{ja} + e_{jr}) / 2 = v(t_{ja} + t_{jr}) / 2 \quad (2)$$

Per avere annullamento dell'errore della media è sufficiente che gli istanti di misurazione all'andata e al ritorno siano opposti; con la scelta dell'origine della scala temporale ( $t = 0$ ) nell'istante d'inversione, ciò corrisponde ad impiegare ugual tempo da un punto all'inversione (andata) e dall'inversione al punto (ritorno). In altre parole, la sequenza temporale d'andata dev'essere simmetrica a quella di ritorno, ma non necessariamente equispaziata. Questa condizione è soddisfatta in moltissimi casi pratici: se s'inverte la sequenza di presa punti nel *part programme* d'andata per ottenere quella del ritorno, l'esecuzione automatica lo garantisce.

In condizioni di simmetria temporale ( $t_{ja} = -t_{jr}$ ), rimuoviamo anche l'ipotesi di linearità della deriva, cioè assumiamo una deriva  $e(t)$  comunque variabile nel tempo. L'equazione (2) diventa allora

$$e_i = [e(t_{ja}) + e(t_{jr})] / 2 = [e(-t_{jr}) + e(t_{jr})] / 2 = e_p(t_{jr}) \quad (3)$$

L'equazione (3) dimostra che l'errore sul punto è imputabile alla sola parte pari,  $e_p$ , della deriva, mentre la parte dispari, non presente nell'equazione, viene effettivamente filtrata (per la definizione di parte pari e parte dispari si veda l'appendice). Nel caso precedente di deriva lineare, la funzione è dispari,  $e(t) = vt$ , e quindi il suo effetto viene completamente eliminato.

La più semplice funzione pari è una costante; se s'immagina nella Figura 4 di sommare tale costante a tutti i punti di misura dell'andata e del ritorno, si avrà una traslazione verticale della figura

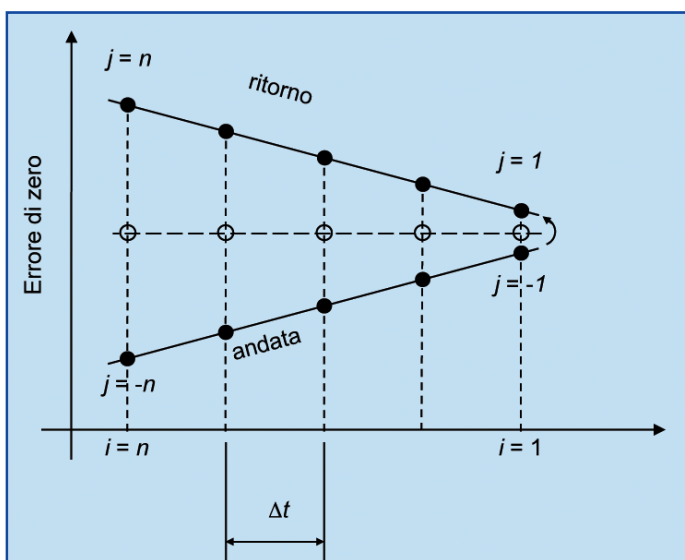


Figura 4. Indici di posizione  $i$  e di sequenza  $j$  dei punti di misura;  $\Delta t$  è l'intervallo di tempo fra un punto e il successivo, supposto uguale per tutti i punti.

senza errore di misura: infatti, si somma la costante anche allo zero delle ascisse, ad esempio la prima faccia di un calibro a passi. Si deduce che porta errore non l'intera parte pari, ma solo questa a meno di una costante, ad esempio il suo valor medio.

È pratica diffusa, in un ciclo di misura simmetrico, osservare il cosiddetto "errore di chiusura", cioè la semidifferenza fra valore ottenuto al primo punto all'andata,  $x_{-n}$ , e all'ultimo al ritorno,  $x_n$ ; in assenza di deriva, tali valori coincidono, e quindi la loro semidifferenza è talvolta presa come indice dell'errore di deriva. In effetti, l'errore di chiusura vale, per ogni punto,

$$[e(t_{jr}) - e(t_{ja})] / 2 = [e(t_{jr}) - e(-t_{jr})] / 2 = e_d(t_{jr}) \quad (4)$$

Confrontando l'equazione (3) e (4), si nota che l'errore di misura residuo è dato dalla parte pari della deriva, mentre l'errore di chiusura dalla parte dispari: purtroppo, dall'errore di chiusura non è possibile dedurre alcunché circa l'errore di misura residuo, né per tentare un'ulteriore compensazione né per stimare l'incertezza. Semmai, l'errore di chiusura indica l'ammontare d'errore cui si sarebbe stati soggetti in assenza di ciclo simmetrico.

Tuttavia, esiste modo per valutare l'incertezza: stimare "a priori"<sup>1</sup> la percentuale di ripartizione fra parte pari e dispari<sup>2</sup>. Se  $w$  è la percentuale stimata della parte pari rispetto al totale dell'errore di deriva,

$$w_j = e_{pj} / e_j$$

e ricordando che le parti pari e dispari sommano al totale, si ottiene

$$e_{pj} = e_{dj} w_j / (1 - w_j)$$

cioè la parte pari (che affetta la misurazione) è stimabile dalla parte dispari (che è pari all'errore di chiusura) moltiplicando quest'ultima per il rapporto stimato fra la percentuale di parte pari rispetto all'errore complessivo,  $w$ , e quella di parte dispari,  $1 - w$ . Ad esempio, se s'ipotizza che l'errore di deriva si ripartisca in parti uguali fra parti pari e dispari,  $w = 1 - w = 0,5$ ,  $e_{pj} = e_{dj}$ .

Prendere l'errore di chiusura a base dell'incertezza corrisponde dunque ad ipotizzare parti pari e dispari d'uguale entità; ciò risulta di solito molto conservativo e pessimista, poiché normalmente l'effetto lineare (dispari) è dominante. Più realisticamente, si potrebbe assumere che la parte pari sia uguale al 10% ( $w = 0,1$ ), nel qual caso l'errore residuo ( $e_p$ ) sarebbe pari a  $1/9 \approx 11\%$  dell'errore di chiusura ( $e_d$ ). Si dovrà valutare di volta in volta la percentuale  $w$  che più s'adatta allo specifico caso; valori dal 5% al 30% sono ragionevoli e prudenti nella maggior parte dei casi.

Con questo metodo si può stimare l'incertezza di misura d'ogni singolo punto; tuttavia, si è spesso interessati ad una stima complessiva ed uguale per tutti. Si raccomanda allora di prendere lo scarto tipo degli errori di chiusura in ciascun punto.

Operativamente, dopo una misurazione a ciclo simmetrico, si ottengono  $n$  valori d'errore di chiusura, uno per punto (ricordarsi che è una semidifferenza); di questi, si calcola lo scarto tipo,  $\sigma_c$ ; quindi si stima a priori la percentuale di parte pari sull'errore totale di deriva,  $w$ , valutando quanto il fenomeno termico devii dal comportamento lineare; l'incertezza tipo in ciascun punto sarà allora  $u = \sigma_c w / (1 - w)$ .

1 - Cioè con valutazione di categoria B secondo la GUM [1].

2 - Qui e nel seguito s'intenderà che la parte pari sia già presa a valor medio nullo (vedi considerazioni precedenti sull'irrelevanza di una costante additiva).

**Il caso tridimensionale**

Estendiamo ora il caso monodimensionale a quello completo tridimensionale, famigliare agli operatori di CMM.

La deriva non è più una semplice traslazione, ma una rototraslazione completa. Le ragioni fisiche sono le medesime del caso monodimensionale, estese a tre dimensioni. Prendiamo ad esempio il caso mostrato in Figura 5: se il supporto dell'oggetto in misura si scalda più a sinistra che a destra, cioè è soggetto ad un gradiente termico che varia durante la misurazione, l'oggetto ruota.

Per piccoli angoli, una generica rototraslazione può essere espressa come

$$e = a + b \wedge p$$

dove  $e$  è l'effetto della rototraslazione,  $p$  è un punto generico del corpo che rototrasla,  $b$  è un vettore di (piccole) rotazioni (vedi Figura 6),  $\wedge$  è il simbolo di prodotto vettoriale<sup>3</sup> e  $a$  è un vettore di traslazione.

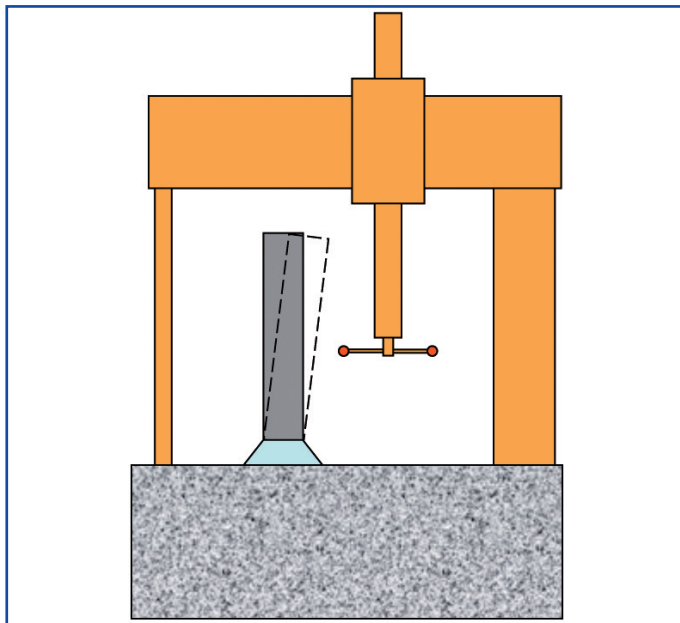


Figura 5: Esempio di deriva tridimensionale. Il pezzo in misura ruota a causa di un rilassamento termico del supporto.

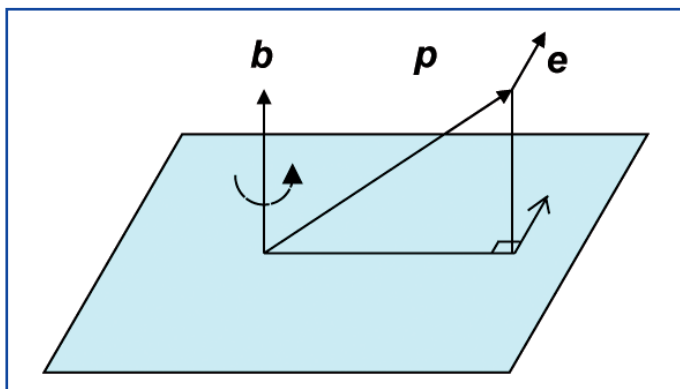


Figura 6. Effetto di una piccola rotazione. Il vettore  $b$  è ortogonale al piano in cui avviene la rotazione, e ha modulo pari all'angolo di rotazione. L'effetto  $e$  della rotazione del punto  $p$  è ortogonale sia a  $b$  sia a  $p$ .

3 - Dati due vettori tridimensionali  $a$  e  $b$ , sia  $\pi$  il piano che li contiene, e sia  $\alpha$  l'angolo da essi formato in tale piano; il prodotto vettoriale  $a \wedge b$  è un vettore ortogonale a  $\pi$  (quindi ad entrambi i vettori), diretto verso il semispazio dal quale si vede ruotare  $a$  su  $b$  in senso antiorario, e di modulo pari al prodotto dei moduli per il seno dell'angolo compreso,  $\|a \wedge b\| = \|a\| \|b\| \sin \alpha$ .

Nel caso della deriva, i vettori di traslazione e di rotazione sono variabili nel tempo,

$$e_j = a(t_j) + b(t_j) \wedge p_i$$

In particolare,  $p_i$  è espresso nel sistema di riferimento pezzo,  $a(t)$  è la traslazione della sua origine, e  $b(t)$  la rotazione intorno alla sua origine.

Quando il ciclo di misura è simmetrico, si prende la media dei valori d'andata e di ritorno; con le convenzioni utilizzate per il caso monodimensionale, si ha:

$$\begin{aligned} e_i &= [e(t_{ja}) + e(t_{jr})] / 2 = \\ &= [a(-t_{jr}) + a(t_{ja})] / 2 + [b(-t_{jr}) + b(t_{ja})] / 2 \wedge p_i = \\ &= a_p(t_{jr}) + b_p(t_{jr}) \wedge p_i \end{aligned} \tag{5}$$

Nuovamente, compaiono solo le parti pari della traslazione e della rotazione, mentre vengono filtrate le parti dispari.

L'equazione (5) dimostra, nel caso ideale di deriva esclusivamente lineare (dispari), che la simmetrizzazione elimina completamente l'errore, producendo in effetti un "congelamento" della deriva nell'istante  $t = 0$  d'inversione.

Le CMM operano per elementi geometrici; può risultare laborioso, quando non impossibile, mediare punto a punto fra andata e ritorno, e solo dopo calcolare l'elemento. È facilmente intuibile, e possibile dimostrare, che s'ottiene lo stesso elemento geometrico a partire da tutti i punti d'andata e di ritorno considerati congiuntamente (calcolo su  $2n$  punti), che dalle medie andata/ritorno<sup>4</sup> (calcolo su  $n$  punti, vedi Figura 7). Dunque, una possibile tecnica per implementare la simmetrizzazione del ciclo è accumulare i punti presi su un certo elemento al ritorno accanto a quelli presi all'andata, e quindi calcolare l'elemento.

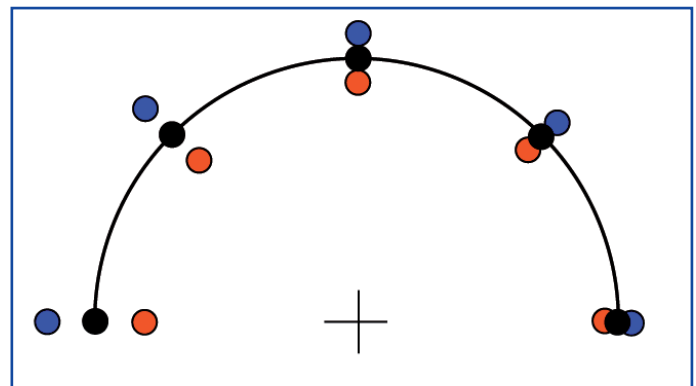


Figura 7: Ciclo simmetrico di misura di una semicirconferenza. I tondi rossi rappresentano i punti presi all'andata, i blu al ritorno, i neri la loro media.

Se la misurazione completa si compone di  $m$  elementi geometrici, la simmetrizzazione del ciclo prevede che essi siano misurati nell'ordine da 1 a  $m$  all'andata, quindi da  $m$  a 1 al ritorno. Per ciascun elemento, l'ordine dei punti da 1 a  $n$  all'andata andrà invertito al ritorno, da  $n$  a 1.

4 - In effetti, il risultato è identico solo quando le congiungenti ciascuna coppia di punti d'andata e di ritorno sia ortogonale alla superficie in misura; tuttavia, anche quando questo non accada, la differenza è così piccola da essere ampiamente trascurabile in quasi tutti i casi pratici.

**Argomenti**

**La Simmetrizzazione del ciclo di misura**

**Sistemi di riferimento**

Attenzione particolare va riservata alla presa del sistema di riferimento pezzo. Gli elementi che lo definiscono (*datum*) altro non sono che normali elementi geometrici, la cui misura è affetta dai medesimi accidenti sperimentali di tutti gli altri; è il ruolo di definizione del sistema di riferimento che li distingue e, in qualche misura, conferisce loro importanza particolare. Affinché la simmetrizzazione sia efficace, occorre che questa comprenda la presa del sistema di riferimento, che è parte essenziale della misurazione. Dunque, la corretta sequenza di misura sarà {datum andata, altri elementi andata, altri elementi ritorno, datum ritorno}, e il sistema di riferimento corretto dovrà essere preso al termine della misurazione sulla base dei datum ottenuti congiuntamente con le misure d'andata e di ritorno.

Poiché durante la misurazione tale sistema di riferimento non è ancora disponibile, sarà necessario utilizzarne uno provvisorio (ad esempio quello basato sui datum della sola andata), determinare al termine il sistema di riferimento definitivo, e quindi convertire ogni elemento dal sistema provvisorio a quello definitivo.

**Divisione in capitoli di misurazioni complesse**

Quando la misurazione è molto lunga, è desiderabile suddividerla in capitoli, ciascuno relativo ad un gruppo definito d'elementi geometrici, allo scopo di spezzare la simmetrizzazione dell'intero ciclo, realizzandola per ciascun capitolo. Infatti, i fenomeni termici sono lineari per un periodo d'osservazione breve, e deviano dalla linearità al crescere del tempo d'osservazione<sup>5</sup>. Qual è però l'effetto sull'errore residuo?

La simmetrizzazione congela la deriva all'istante d'inversione; tra un capitolo e il successivo s'insinua una rototraslazione pari alla deriva occorsa fra gli istanti d'inversione dei due capitoli. Gli elementi appartenenti a ciascun capitolo, raggruppati insieme, congiuntamente derivano rispetto a quelli degli altri capitoli. Dunque, la suddivisione in capitoli ai fini della simmetrizzazione è oppor-

tuna soltanto se effettivamente vi sono elementi metrologicamente svincolati gli uni dagli altri.

La Figura 8 illustra un esempio. Il caso (a) è separabile in due capitoli, in quanto le tolleranze  $t_1$  e  $t_2$  sono definite rispetto al datum A, mentre  $t_3$  lo è rispetto a B: la rototraslazione che nasce dalla simmetrizzazione separata dei due capitoli non affetta il risultato. Nel caso (b), invece, tutte le tolleranze sono riferite (anche) allo stesso datum A, e quindi non è possibile una separazione in capitoli; se proprio ciò si rendesse necessario, il secondo capitolo dovrebbe comprendere una nuova misurazione del datum comune, in modo che la rototraslazione fra i due capitoli sia eliminata. Più in generale, quando la separazione in capitoli sia necessaria, ma non possibile in modo naturale, si può includere e rimisurare uno o più elementi comuni in tutti i capitoli, con funzione di legame fra i sistemi di riferimento dei vari capitoli.

**Conclusioni**

La deriva nelle misurazioni a coordinate è inconveniente che occorre quasi sempre, in misura maggiore o minore, causata innanzi tutto da fenomeni termici variabili nel tempo; la sua entità dipende da numerosi fattori, e innanzi tutto dalla rapidità di variazione termica e di risposta della macchina e del pezzo.

Sebbene la previsione di tale fenomeno sia molto ardua, la cancellazione della maggior parte del suo effetto s'ottiene semplicemente mediante simmetrizzazione del ciclo di misura. Così facendo, la parte dispari della deriva, fra cui quella preponderante lineare, non produce effetto, mentre la rimanente parte pari è di solito di modesta entità. La cancellazione d'errore avviene a patto che la sequenza temporale della presa punti del ritorno sia simmetrica a quella dell'andata.

L'effetto della simmetrizzazione è di congelare la deriva nell'istante d'inversione fra andata e ritorno; eventuali suddivisioni della misurazione in capitoli ai fini della simmetrizzazione, introduce fra ciascuno una rototraslazione pari alla deriva fra un istante d'inversione e l'altro.

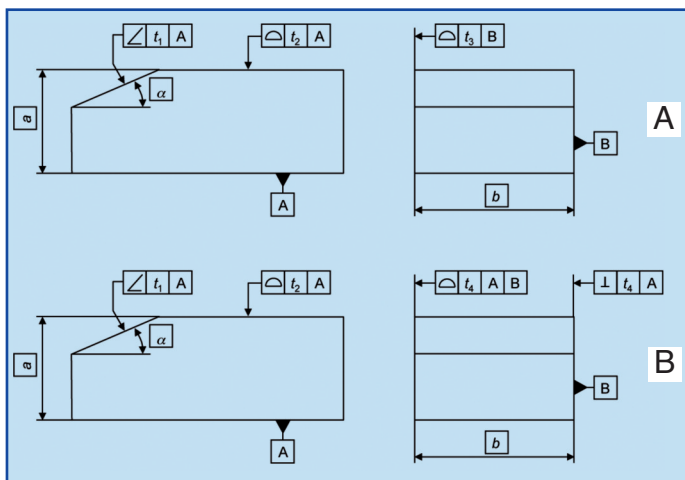


Figura 8: Divisione in capitoli. (a) gli elementi che intervengono in {A,  $t_1$ ,  $t_2$ } sono separabili da quelli in {B,  $t_3$ }; (b) non è possibile la separazione diretta in capitoli.

**Riferimenti**

[1] UNI CEI ENV 13005:2000 – Guida all'espressione dell'incertezza di misura

**Appendice**

Una funzione  $f(x)$  definita su un intervallo simmetrico rispetto all'origine,  $-x_a \leq x \leq x_a$ , si definisce:

- *pari* se è simmetrica rispetto all'asse delle ordinate, cioè se  $f(-x) = f(x)$ ;
- *dispari* se è simmetrica rispetto all'origine, cioè se  $f(-x) = -f(x)$ .

Tali termini richiamano la proprietà nei polinomi: come si verifica facilmente, è pari un polinomio composto di soli monomi di grado pari, dispari se composto di soli gradi dispari.

*Segue a pagina 9*

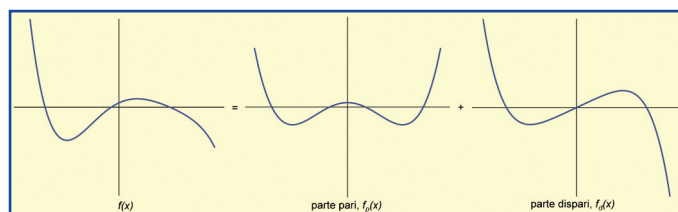


Figura 9: Scomposizione di una funzione nelle sue parti pari (simmetrica rispetto all'asse delle ordinate) e dispari (simmetrica rispetto all'origine).

5 - Il tempo di osservazione è breve o lungo rispetto alle costanti di tempo termiche proprie del sistema ambiente/macchina/pezzo; conta quella critica, cioè la più piccola di queste (fenomeno più veloce) che causi effetti dimensionali significativi. Ad esempio, lo stelo del tastatore ha probabilmente la costante di tempo più piccola; il suo effetto dimensionale dipende dalla lunghezza e dal materiale, che determina se la sua costante di tempo sia quella critica. Si tenga presente che un tipico impianto di condizionamento introduce cicli termici con periodo di pochi minuti (da 7 min a 15 min in molti casi pratici).